CH P6 – Mouvement des satellites et des planètes

Programme officiel :

Thème 2 : Mouvement et interactions

Notions abordées en classe de première (enseignement de spécialité et enseignement scientifique) :
… trajectoire de la Terre dans un référentiel fixe par rapport aux étoiles, conception géocentrique vs conception héliocentrique, référentiel géocentrique, trajectoire de la Lune.

2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement

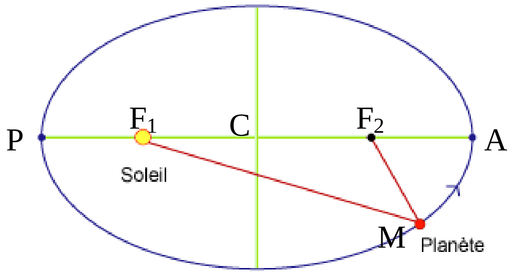
Notions et contenus	Capacités exigibles Activités expérimentales support de la formation
Mouvement dans un champ de gravitation Mouvement des satellites et des planètes. Orbite. Lois de Kepler. Période de révolution. Satellite géostationnaire.	Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien. Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire. **Capacité numérique :** Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.

CH P6 – Mouvement des satellites et des planètes

1. Lois de Kepler

1.1. 1ère loi de Kepler : loi des orbites

La trajectoire d'une planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.



Compléments mathématiques :
Une ellipse de foyers F_1 et F_2 est l'ensemble des points M qui vérifient :

$$\mathbf{F_1M + F_2M = AP.}$$

AP est appelé grand axe de l'ellipse. PC=CA=a est appelé **demi-grand axe** (donc AP = 2a).

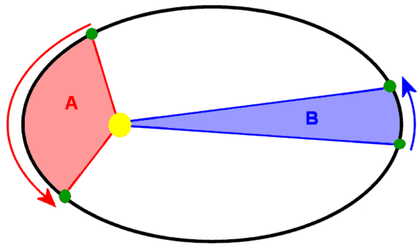
P est le périastre c'est-à-dire le point le plus proche. Si l'astre est le Soleil on l'appelle le **périhélie**, si l'astre est la Terre on l'appelle le **périgée**.

A est l'apoastre c'est-à-dire le point le plus éloigné. Si l'astre est le Soleil on l'appelle l'**aphélie**, si l'astre est la Terre on l'appelle l'**apogée**.

1.2. 2ième loi de Kepler : loi des aires

Le segment de droite reliant le Soleil à la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

Ainsi, la vitesse de la planète n'est pas constante. La planète ira plus vite quand elle est proche du Soleil et plus doucement quand elle en sera éloignée.



aire A = aire B

1.3. 3ième loi de Kepler : loi des périodes

Le mouvement de la planète autour du Soleil est appelé **révolution** et est **périodique**.

La période de révolution T d'une planète dépend du demi-grand axe a de son ellipse par :

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad \begin{cases} T \text{ en s} \\ a \text{ en m} \\ k = \text{constante} \end{cases}$$

Remarque : k ne dépend pas de la planète mais du Soleil : $k=\frac{4\pi^2}{GM_S}$

2. Mouvement des satellites et des planètes

2.1. Rappels

Nous avons vu au chapitre 4 que dans le cas d'un mouvement circulaire il est plus facile de travailler dans le **repère de Frénet** où l'accélération se décompose en : $\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

avec : $a_N = \frac{v^2}{R}$ R étant le rayon du cercle

et $a_T = \frac{dv}{dt}$

Par ailleurs, en 2nde et en 1°S nous avons vu l'interaction gravitationnelle :

$$\boxed{F_{A\to B} = F_{B\to A} = G\,\frac{m_A \cdot m_B}{d^2}}$$

Avec :

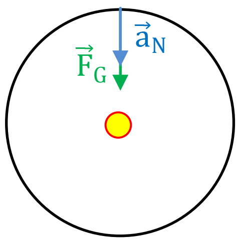
- $F_{A\to B}$ et $F_{B\to A}$ en **N** (Newton) ;
- m_A et m_B en **kg** ;
- d : distance entre A et B, en **m**.
- G : constante de gravitation universelle : **$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}**.

2.2. Cas du mouvement circulaire

Considérons un système de masse m en mouvement circulaire autour d'un astre de masse M dans un référentiel supposé Galiléen.

L'unique force qui s'applique au système est la force de gravitation. La 2° loi de Newton nous dit que : $\sum \vec{F} = \vec{F}_G = m \times \vec{a_G}$

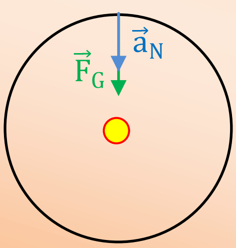
Dans le cas du mouvement circulaire l'accélération a donc même direction et même sens que la force de gravitation. Dans le repère de Frenet cette force suit la normale donc l'accélération n'a qu'une composante normale.



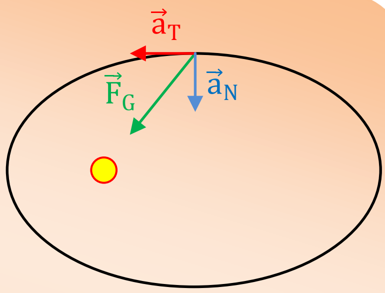
Ainsi $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ donc la vitesse est constante.

Si le mouvement d'un astre (ou d'un satellite) est circulaire alors il est aussi uniforme.

Remarque 1 : Grâce à la 2ième loi de Kepler il est également possible de montrer que le mouvement est uniforme. En effet les aires balayées pendant des durées égales sont égales donc dans le cas du mouvement circulaire les arcs de cercle décrits sont égaux. Puisque la distance parcourue est la même pendant des durées égales c'est que la vitesse est constante.



Remarque 2 :
Contrairement au mouvement circulaire, l'accélération présente une composante normale et une composante tangentielle dans le mouvement elliptique. Cette dernière étant liée à la variation de vitesse, confirme la remarque faite pour la 2ième loi de Kepler.

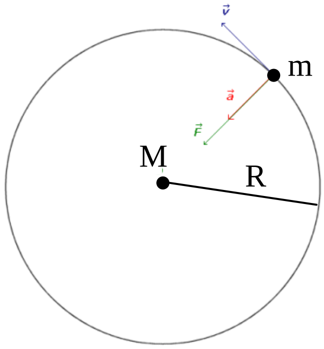


2.3. 3ième loi de Kepler dans un mouvement circulaire

On vient de voir que si le mouvement est circulaire alors :

$F_G = m.a_N$ donc $G\frac{m\,M}{R^2} = m\,a_N$ d'où : $a_N = G\frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$

donc : $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$



Or le système décrit le cercle de rayon R en une durée T.

Sa vitesse est donc $v = \frac{2\pi R}{T}$

En utilisant la relation précédente on a donc :

$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{2\pi R}{T}$ donc $\frac{T}{2\pi R} = \sqrt{\frac{R}{GM}}$

$T = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM}}$ d'où $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

En élevant au carré on a : $T^2 = 4\pi^2\frac{R^3}{GM}$

on retrouve alors la 3° loi de Kepler : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

2.4. Les satellites géostationnaires

Le satellite géostationnaire est fixe dans le référentiel terrestre puisqu'il reste à la verticale d'un point sur Terre. Dans le référentiel géocentrique il est en mouvement circulaire uniforme : il doit faire le tour en 1 jour.

A l'aide de la 3° loi de Kepler on peut montrer qu'il doit alors se situer à environ 42 000 km (36 000 km d'altitude).

Enfin, comme il doit tourner autour du centre de la Terre, il est dans le plan équatorial.